

Centro UC
CLAPES UC
Centro Latinoamericano de
Políticas Económicas y Sociales

Trimestralización de la Serie PIB Departamental y Mensualización de la Serie PIB Nacional de Bolivia

Luis E. Gonzales C.

lwgonzal@uc.cl

Documento de Trabajo N° 7

Octubre 2014

www.clapesuc.cl

Trimestralización de la Serie PIB Departamental y Mensualización de la Serie PIB Nacional de Bolivia

Luis E. Gonzales C¹.

lwgonzal@uc.cl

Documento de Trabajo N° 7

Octubre 2014

www.clapesuc.cl

Resumen

El documento presenta un ejercicio de trimestralización y mensualización de las series del producto interno bruto total y departamental de Bolivia obteniendo valiosa información inédita en cuentas nacionales disponible para el trabajo en modelos de predicción de corto y mediano plazo para la estimación, cuantificación y diseño de política económica en Bolivia.

La serie útil para la trimestralización del *PIB departamental* es el PIB a nivel nacional en base a precios de 1990. Para el periodo Q1:1980 - Q4:1990 tomando la información recopilada por la Unidad de Análisis de Política Social y Económica UDAPE con base al año 1980. De igual manera, para el periodo Q1:1990-Q4:2006 se ha utilizado la serie presentada por el Instituto Nacional de Estadística INE.

Para la mensualización del producto interno bruto total se propone como serie de referencia las series de consumo de energía de las industrias medianas siguiendo el comportamiento del producto y presentando una tendencia de largo plazo consistente con la tendencia de la serie objetivo.

Palabras Clave : Bolivia, Departamentos de Bolivia, Series de Tiempo, Trimestralización, Mensualización, Denton, Benchmarking, Desagregación

Código JEL : E32, C53, C82, E31

Abstract

This paper presents an exercise of quarterly and monthly allocation of the series of total gross domestic product of Bolivia and departmental valuable unpublished information obtained in national accounts available for work on predictive models of short and medium term for the estimation, measurement and policy planning economy in Bolivia. The series useful for departmental quarterly distribution of GDP is the GDP at the national level based on 1990 prices. For the period Q1 1980 - Q4: 1990 taking the information gathered by the Analysis of Social and Economic Policy UDAPE with base year 1980. Similarly, for the period Q1 :1990-Q4: 2006 series has been used by the National Institute of Statistics INE.

For the monthly allocation of total gross domestic product is intended as reference series series of energy medium industries following product performance and presenting a long-term trend consistent with the trend of the series target.

“La falta de métodos de cuantificación, son a veces obstáculos importantes que impiden llevar a cabo previsiones y luego seguimientos en lo que respecta a metas de política económica”

— J.C. Requena (1985)

Introducción

La necesidad de enfocar esfuerzos de investigación para la obtención de series de alta frecuencia es justificada dada la alta demanda de estos datos en la toma de decisiones de la política económica en el corto y mediano plazo. Bolivia, al igual que gran parte de la región Aiofí, et al (2010), enfrenta esta importante restricción de datos no solo por la volatilidad de la dinámica de la economía frente a shocks de oferta y demanda, sino también a la exposición histórica de cambios dramáticos de régimen e institucionalidad en los últimos treinta años². Estos y otros factores de tipo administrativo, presupuestario, geográfico y técnico entre otros, han imposibilitado la recopilación sistemática y consistente de muchas de las variables macroeconómicas con mayor periodicidad a nivel nacional y departamental.

La motivación de esta investigación nace debido al alto requerimiento de información departamental y regional que se ha estado gestando en Bolivia en estos últimos cinco años. La necesidad de contar con información de corto plazo que permita seguir el desempeño regional y nacional del país contribuye con argumentos técnicos al debate de reformas estructurales que se están implementando en Bolivia.

De igual manera, este trabajo se inscribe en el seguimiento regional que se ha planteado desde otros sectores de la economía como la reciente ampliación de la canasta de productos básicos IPC³ medida en los nueve departamentos, la nueva encuesta de empleo que incluye datos ampliados para los departamentos y ciudades capitales, y prepara una línea de referencia para el próximo censo de población y vivienda que permitirá hacer una evaluación de la actividad económica paralela al movimiento demográfico en Bolivia.

Por otro lado, las reformas de autonomías, reubicación poblacional, desarrollo productivo, extracción de recursos naturales, cadenas productivas e industrialización y mecanización del sector agrícola planteadas en el Plan Nacional de Desarrollo (2006) para las distintas regiones tendrán elementos de juicio y seguimiento a corto plazo que fomentaran decisiones en el mediano plazo para un diseño eficiente de políticas de largo plazo que permitan replantear el desarrollo de las políticas ejes de acción de las autoridades en los distintos sectores.

Es importante destacar el seguimiento de muy corto plazo, como el gasto fiscal de forma mensual, motivo por el cual se propone un indicador del producto y actividad en bolivianos que de un ratio de comparabilidad en el presupuesto de la nación y permita controlar los ingresos del estado para promover políticas fiscales que reactiven y preserven la estabilidad de la actividad económica.

La anticipación de crisis económicas mediante el seguimiento de corto plazo con sistema de indicadores líderes como los planteados en Gonzales C., L.E. (2007) requieren de estos insumos para la anticipación de cambios en tendencia de la actividad. Estos y muchos otros son los argumentos que permiten satisfacer la demanda de estas series en el debate estructural y coyuntural del campo económico, social y político de las reformas en Bolivia.

Si bien este es el primer trabajo que busca la obtención de series de alta frecuencia en Bolivia⁴ desde un enfoque económico, la preocupación de la reconstrucción y búsqueda de series macroeconómicas es un test importante de la falencia de datos que restringen la evaluación de políticas económica. En este campo, es notable resaltar el aporte pionero de Requena (1985) quien establece supuestos y metas de trabajo para el presupuesto nacional de ese año posterior a la hiperinflación.

Siguiendo en la línea de inspecciones por reconstrucciones de series inéditas los trabajos de Pinto y Candía (a1986) y (b1986) son importantes precedentes de la reconstrucción del stock de

capital y la trimestralización para los años 80's del producto a nivel nacional, de igual manera los trabajos de Huarachi et al (1992) y Cupé et al (1995) son aportes significativos en la metodología de estimación del acervo de capital de la economía que están enmarcado en la búsqueda importante de información para la toma de decisiones en política económica en Bolivia.

En este sentido, el documento presenta un ejercicio de mensualización y trimestralización de las series del producto interno bruto total y departamental de Bolivia obteniendo valiosa información inédita en cuentas nacionales disponible para el trabajo en modelos de predicción de corto y mediano plazo para la estimación, cuantificación y diseño de política económica en Bolivia. La serie útil para la trimestralización del PIB departamental es el PIB a nivel nacional en base a precios de 1990. Para el periodo Q1:1980 - Q4:1990 tomando la información recopilada por la Unidad de Análisis de Política Social y Económica (UDAPE) con base al año 1980. De igual manera, para el periodo Q1:1990-Q4:2006 se ha utilizado la serie presentada por el Instituto Nacional de Estadística (INE).

Asimismo, Para la mensualización del producto interno bruto total se propone como serie de referencia las series de consumo de energía de las industrias medianas siguiendo el comportamiento del producto y presentando una tendencia de largo plazo consistente con la tendencia de la serie objetivo.

La siguiente parte contiene un recuento bibliográfico y metodológico de la desagregación de series de tiempo en la literatura económica, la tercera parte desarrolla las familias de modelos de Denton; posteriormente se presenta los argumentos por los cuales se elige en específico la metodología de desagregación de Denton (1971) para este trabajo a continuación se presenta los resultados y finalmente se concluye.

Revisión metodológica y empírica

En el campo de la desagregación de series temporales existen al menos dos grupos⁵ metodológicos⁶: a) una aproximación económico-numérica y b) modelamiento netamente estadístico. La diferencia entre estas es la permisividad en los primeros del acompañamiento de una serie de referencia en oposición del modelamiento de series temporales integradas con rezagos y promedios móviles ARIMA o métodos de extrapolación e interpolación de las series⁷; también son incluidos los modelos de minimización de residuos OLS (ordinary least squares) y GLS (generalized least squares) que son utilizados para la obtención de mayor frecuencia en las series.

La idea principal al momento de emplear las metodologías que no entrañan el uso de series relacionadas es tomar un criterio puramente matemático solucionando las carencias de información que se tengan. Por ejemplo, el empleo de estos modelos se los asocia con series con aparición discontinua de datos donde el único referente es la misma serie. De igual manera, al tener la serie una naturaleza completamente exógena es que se opta por la implementación de esta serie que permite llegar al objetivo de dotar de mayor frecuencia a la una frecuencia objetivo.

La propuesta de la discusión en desagregación de las series de tiempo empieza con el trabajo de Bassie (1958) que es la metodología empleada por los países de la OECD hasta 1979. La presentación estándar de este método contempla la estimación de dos años consecutivos donde el primer año no presenta discrepancias, y el segundo asume la variación absoluta o relativa a una variable K que será la que vaya almacenando los errores de medición entre la serie original y la serie estimada.

Por tanto se asume que la corrección para cualquier trimestre es una función del tiempo $K_q = f(t)$ donde $f(t) = a + bt + ct^2 + dt^3$ de tal manera que se establecen cuatro condiciones para poder llevar a cabo el método:

1. La corrección promedio del primer año debe ser igual a cero

$$\int_0^1 f(t)dt = 0 \quad (1)$$

2. El error promedio del año 2 debe ser igual al error anual en el mismo periodo

$$\int_1^2 f(t)dt = K_2 \quad (2)$$

3. Al principio del año 1 la corrección debe ser cero para no relacionar el primer trimestre del año 1 con el cuarto trimestre del año 0: $f(0) = 0$

4. Al termino del año 2, el error no puede ser ni creciente ni decreciente

$$\frac{df(2)}{dt} = K_2 \quad (3)$$

Los problemas con esta metodología se presentan cuando se trata de estimar una serie continua con más de 2 años en forma simultanea rompiéndose la continuidad en periodos cada dos años haciendo cada vez más grande la brecha de la diferencia de la serie estimada y la real recogidos en la variable k .

Si bien Bassie es uno de los primeros intentos por preservar los movimientos de las series en el corto plazo, el método propuesto por Lisman and Sandee's (1964) empieza la discusión proponiendo simplemente que el total anual X_t ($t = 1, \dots, n$) para cada año sea dividido en cuatro trimestres iguales:

$$X_t^I = X_t^{II} = X_t^{III} = X_t^{IV} = X_t = \frac{1}{4} X_t \quad (4)$$

De manera tal que la serie $y_t^I, y_t^{II}, y_t^{III}$ y y_t^{IV} cumpla la condición de que $\sum_i^{IV} y_t^i = 4X_t$. Esta restricción se la puede cumplir tomando en cuenta que existe una suma ponderada de x_{t+1}, x_t y x_{t-1} , por tanto esta ponderación puede quedar representada de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} y_t^I \\ y_t^{II} \\ y_t^{III} \\ y_t^{IV} \\ y_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & e & d \\ b & f & c \\ c & f & b \\ d & e & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{t-1} \\ X_t \\ X_{t+1} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Sujeto a las siguientes restricciones:

$$a + b + c + d = 0$$

$$2(e + f) = 4$$

De tal manera de asegurando que la relación $y_t^i = x_t$ por tanto:

$$a + e + d = 1$$

$$b + f + c = 1$$

Se observa que en la especificación de este problema solo existen 5 ecuaciones que son independientes, por lo que los autores plantean que el problema puede ser resuelto por la parametrización de la sexta variable. Finalmente, obteniendo los valores para los 6 ponderadores se puede efectuar la desagregación.

Posteriormente, Zani's (1970) toma las relaciones de Lisman y Sandee's sugiriendo que los valores trimestrales siguen una relación polinómica de segundo grado

$$y_j = a + bt + ct^2 \tag{6}$$

Si bien, en el trabajo de Lisman y Sandee's se perdían los datos en los primeros y los últimos trimestres del rango de la serie considerada, el aporte de Zani's es precisamente recuperar esta información y completar la serie, aún esta ausente la implementación de la minimización y contemplación de fluctuaciones al interior de las variables.

Estos modelos si bien ya conseguían la mayor frecuencia de la serie en cuestión el método de Boot et al (1967) es el primer modelo que contempla la incorporación de una función de minimización cuadrática sujeta a la restricción de consistencia que iguala la suma de los trimestres al total anual.

Formalmente y siguiendo el desarrollo expuesto en CEPAL (2000) la función a minimizar es:

$$P(x, y) = \sum_{j=1}^{4T} [\Delta^h(y_j)]^2 \tag{7}$$

Donde Δ^h es la propuesta de los autores para minimizar la primera ($h=1$) y segunda ($h=2$) diferencia, matricialmente se plantea:

$$\begin{bmatrix} S & -B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ y_A \end{bmatrix} \tag{8}$$

Donde λ es un vector de los multiplicadores de *Lagrange* que más adelante se desarrolla con mayor amplitud. La matriz B es definida como:

$$B = \begin{bmatrix} J & 0 & \dots & 0 \\ 0 & J & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & J \end{bmatrix} \tag{9}$$

Siendo una matriz de transición que está compuesta por el vector de J representa el tipo de agregación que se quiera representar por ejemplo:

$J = (11 \dots 1)$ Para la representación de variables que son flujo como el PIB, Consumo, exportaciones, etc.

$J = \frac{1}{4}(11 \dots 1)$ En esta situación podríamos representar un promedio como la tasa para el caso de las tasa promedio anuales de desempleo o tasa de interés en el año.

Dependiendo, el propósito de la agregación se puede representar algunas otras alternativas que se tengan para cada serie⁸.

De igual forma, la matriz S es de tamaño $n \times N$ para la primera diferencia ($h=1$) es igual a $S = 2(\Delta_n^1)$ cuya forma general es:

$$\Delta^h = \begin{bmatrix} \varphi_1 & \varphi_2 & \cdots & \varphi_h & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \varphi_1 & \varphi_2 & \cdots & \varphi_h & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & \varphi_1 & \varphi_2 & \cdots & \varphi_h \end{bmatrix} \quad (10)$$

Siendo de esta manera φ los coeficientes del polinomio de rezagos distribuidos conocidos en la literatura de series de tiempo como L (operador de rezagos) en el polinomio $(L-1)^h$.

Se debe observar que los requerimientos de esta metodología son de recalcular los coeficientes por cada dato nuevo incorporado en la serie. En particular, Boot et al plantea el marco referencial para las posteriores metodologías inclusive aquellas que emplean series de referencia como la de Denton cuya exposición se realiza más adelante en el documento.

Otra familia de metodologías empleadas ante la ausencia de series de referencia son las series *cronológicas* abocadas exclusivamente al estudio del pasado de las series en un contexto de series de tiempo. El trabajo seminal de Stram y Wei (1986) y Wei y Stram (1990) son clásicos referentes de este enfoque.

Los autores proponen la descomposición basando está en la información extraída exclusivamente de la serie anual. Esta desagregación es posible partiendo de la autocovarianza del modelo agregado (anual) matricialmente:

$$y = \left(\frac{\Delta_{4T}^h}{0 \mid I_h \otimes J_4} \right)^{-1} \left(\frac{V_w (C^h) V_u^{-1} \Delta_T^h}{0 \mid I_h} \right) Y \quad (11)$$

Donde V_w y V_u son las matrices de varianzas y covarianza derivadas de la relación del modelo agregado y desagregado de las series estacionarias $w_{jt} = (1-L)^h y_{jt}$ y $u_{At} = (1-L)^h y_{At}$.

C_h es la matriz que contiene los coeficientes del polinomio $(1+L+L^2+L^3)^{h+1}$ para las columnas y lo demás relleno de ceros, siendo h el orden de diferenciación en consistencia con las otras metodologías expuestas. J_4 indica la forma de agregación como se señala en (9) y es un vector (1×4) donde \otimes indica el producto *Kronecker* y Δ^h es la matriz de diferenciación antes definida en (10).

El problema con esta aproximación metodológica es el requerimiento del conocimiento de las matrices de varianzas de los procesos agregados y desagregados. De igual manera, Hillmer and Trabelsi (1987) incorporando cualquier tipo de información disponible sobre la serie que permita mejorar el ajuste de la serie de análisis tomando en cuenta dos ideas centrales:

- Que la serie trimestral es observada con un error de manera que $I_{q,y} = \theta_{q,y} + \varepsilon_{q,y}$ donde $\theta_{q,y}$ representa el valor verdadero pero desconocido de la serie asumiendo que sigue un proceso ARIMA⁹ a su vez el término de error tiene media cero asumiendo que es insesgado permitiendo una estimación próxima al valor verdadero.
- Por otro lado el componente anual también es observado con un error con media cero y una autocovarianza conocida de tal manera que se emplea el siguiente modelo $A_y = \sum_q \theta_{q,y} + \xi_y$ por medio de esto se puede apelar a la metodología conocida como *extracción de señales*.

Explotando en otro ámbito la posibilidad de extracción de señales, el trabajo de Chow y Lin (1971) mediante la implementación de mínimos cuadrados (OLS) plantea el problema con un vector $(n \times 1)$ de y_A de observaciones anuales de un agregado, por ejemplo el PIB, de cuentas nacionales y la existencia de variables correlacionadas X de $(n \times k)$ estimando la serie de y datos trimestrales, se propone el modelo lineal:

$$y = X\beta + \mu$$

Donde β será un vector $(k \times 1)$ de las k variables contenidas en X y μ es un vector de perturbaciones erráticas, de modo que se cumpla:

$$E(\mu | X) = 0 ; E(\mu \mu' | X) = V$$

Por tanto el mejor estimador insesgado con varianza mínima consistente con las restricciones de agregación temporal será:

$$\hat{y}_A X \hat{\beta} + VB'V_A^{-1} \hat{\mu}_A$$

Donde $\hat{\mu}_A = y_A - X_A \hat{\beta}_A$ y $\hat{\beta}_A = (X_A' V_A^{-1} X_A)^{-1} X_A' V_A^{-1} Y_A$, siendo este último la estimación de β en el modelo anual observado afectado por la matriz B de transición como en (9) quedando el modelo especificado de la siguiente manera

$$By = BX\beta + B\mu$$

Para el modelo anual $\mu_A = B\mu$ cumpliéndose además las condiciones de $E(\mu_A | X_A) = 0$ y $E(\mu_A \mu_A' | X_A) = V_A = BV B'$. Con estas condiciones, se puede exigir al modelo que se cumpla la restricción de agregación $B\hat{y} = BX\hat{\beta} + BV B' V_{\mu_A}^{-1} Y_A$ que asegura la suma de los trimestres o unidades desagregadas sean igual al componente agregado en este caso al valor anual.

En este contexto las desagregaciones son consideradas por dos componentes: uno sistemático $X\hat{\beta}$ y el otro aleatorio $L\hat{\mu}$, donde L es la matriz de suavizado $(N \times n)$:

$$L = VB'V_A^{-1}$$

Donde V , como en todo el desarrollo, es la matriz de varianzas y covarianzas del error y V_A será la matriz de varianzas y covarianzas del error de la serie anual.

Recurriendo a los supuestos clásicos de un modelo de regresión lineal, la normalidad de los errores de la estimación es el punto importante en la evaluación de esta metodología. Siendo así, se debe cuidar de los problemas de eficiencia dado que uno de los requisitos fundamentales de esta aproximación es la alta correlación de las variables con la variable objetivo que hace indirectamente que haya problemas de Heteroscedasticidad en los errores y a la vez problemas de Autocorrelación serial así como de endogeneidad propia de las series macroeconómicas. Bournay y Laroque (1979) proponen una forma de evaluación de la estimación de la matriz de varianza y covarianza como:

$$E[(y - \hat{y})(y - \hat{y})'] = (I_N - LB)V + (X - XL_A)(X_A V_A^{-1} X_A')(X - XL_A)$$

La matriz depende de dos componentes uno relacionado con B y V , y el otro aumenta con $X - LX_A$.

Ante la necesidad de la estimación de la matriz V que también es requisito en las aproximaciones vistas anteriormente estas parten de supuestos en los errores, a continuación se listan algunas expresadas en la literatura:

- Bournay y Laroque (1979) $\mu_t = p \mu_{t-1} + \varepsilon_t$ donde la condición de que sea un modelo AR(1) es $|p| < 1$
- Fernandez (1981) $\mu_t = \mu_{t-1} + \varepsilon_t$ donde $\mu_0 = 0$ siendo así un recorrido aleatorio
- Litterman (1983) y Di Fonzo (1987) $\mu_t = \mu_{t-1} + \varepsilon_t$ y $\varepsilon_t = u \varepsilon_{t-1} + \xi_t$ siendo $|u| < 1$ y la condición $\mu_0 = \varepsilon_0 = 0$

De igual manera, es importante mencionar las contribuciones de la escuela Canadiense que afrontan el problema de Heteroscedasticidad y Autocorrelación de los errores en la perspectiva de modelos de mínimos cuadrados generalizados (GLS) entre los cuales Laniel y Fyfe (1990) proponen modelos mixtos (aditivo y multiplicativo), un modelo aditivo de Cholette y Dagum (1994) cuando la estructura de autocovarianzas anuales y trimestrales son conocidas y multiplicativo de Cholette (1994) con similares requerimientos del modelo anterior diferenciándose de características estacionales marcadas en la serie.

A la fecha, la discusión de los modelos de desagregación están circunscritos al mejoramiento de las metodologías expuestas anteriormente. Es notable el incremento en el desarrollo de software que ha permitido la comparabilidad de métodos con mucha facilidad de parte de los investigadores como los desarrollados por Quills E.M. (2003) y los programas de EUROTRIM (2008) desarrollados en la comunidad europea que contienen estas metodologías descritas para la implementación directa.

A continuación se procede a desarrollar la metodología de Denton (1971) y las familias similares a este para luego justificar su empleo.

Metodología de Denton

En esta sección se desarrolla paso a paso la metodología propuesta por Denton (1971) considerando posteriormente el empleo de la misma para la estimación de la serie del PIB en frecuencias mensuales y trimestrales en Bolivia.

Se asume que el período anual se divide en k periodos intra-anales y que además estos k periodos deben ser necesariamente enteros, vale decir que no se cuentan periodos relativos al interior del año.

Considerando que la serie de interés cubre un periodo de m años y cuenta con $n = mk$ valores, sus componentes son representados en un vector $z = \{z_1, z_2, z_3, \dots, z_n\}$. Por otro lado, se asume que existe una serie de m valores con los totales anuales y , que se la representa como $y = \{y_1, y_2, y_3, \dots, y_m\}$.

El problema planteado trata de ajustar el vector z de la forma más reducida para obtener un vector $x = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_m\}$ por un método que:

- minimice la distorsión de la serie original en alguna medida y
- cumpla la condición aditiva de los k periodos interanuales que iguale a la observación anual total.

Para tal efecto, Denton (1971) especifica la siguiente función de penalidad $p(x, z)$ y plantea la elección de x minimizando $p(x, z)$ como se muestra:

$$\sum_{(t-1)k+1}^{Tk} x_t = y_T \quad T = 1, 2, \dots, m \quad (12)$$

La función de penalidad es representada por $(x-z)'A(x-z)$ que expresa la diferencia cuadrática entre la serie original y la serie ajustada. A es una matriz no singular simétrica de dimensión $n \times n$ como se muestra más adelante.

Se considera la minimización del problema con esta ecuación de penalidad propuesta en el Lagrangiano:

$$L = (x-z)'A(x-z) - 2\lambda'(y-B'x) \tag{13}$$

Donde λ es igual a:

$$\lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m] \tag{14}$$

la matriz B es definida como en (9) expuesta anteriormente. La matriz A es una matriz identidad que permite que se esté minimizando la suma de cuadrados de las diferencias de los valores observados y estimados. En este sentido existe una relación espúrea especialmente en los extremos de la serie en el cuarto y primer trimestre como el problema de Bassie (1958) por tanto $A=I$ puede ser una mala especificación. Sin embargo, es posible emplear una función de penalidad basado en las diferencias de las primeras diferencias de la serie original y la ajustada

$$p(x,z) = \sum_{t=1}^n (\Delta x_t - \Delta z_t)^2 = \sum_{t=1}^n [\Delta(x_t - z_t)]^2 \tag{15}$$

El operador Δ es definido como el operador rezagado de diferencias por ejemplo $\Delta x_t = x_t - x_{t-1}$ o para el caso $\Delta(x_t - z_t) = (x_t - z_t) - (x_{t-1} - z_{t-1})$ por tanto el vector $D(x-z)$ está dado por:

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & 1 \end{bmatrix} \tag{16}$$

Siendo ahora que la forma cuadrática a ser minimizada es $(x-z)'D'D(x-z)$ donde la matriz $A=D'D$. Es fácil observar que si (16) reemplaza (9) la metodología de Denton es un caso especial de la Boot et al (1967).

Por otro lado, la solución de penalización y minimización es obtenida a partir de la derivación de L en (13) con respecto x a λ igualándolas a cero para posteriormente resolver el sistema. Asimismo, el vector de discrepancia entre y y z es expresado como $r=y-B'z$ simplificando la solución con:

$$\begin{bmatrix} X \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B' & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} A & 0 \\ B' & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ r \end{bmatrix} \tag{17}$$

En (17) la matriz I es la matriz identidad $m \times m$ y 0 es la matriz nula de $m \times m$. Resolviendo se tiene que

$$x = z + Cr \tag{18}$$

Donde:

$$C = A^{-1}B(B'A^{-1}B)^{-1} \tag{19}$$

Donde se evidencia que los valores ajustados x son iguales a los valores originales z ajustados por una combinación lineal de las discrepancias de los totales anuales. Logrando de esta manera resolver el problema planteado al encontrar un vector que minimiza la discrepancia entre la serie objetivo y referencia.

Ahora bien, se puede presentar algunas extensiones a la forma de diferenciación de las series originales y ajustadas como las presentadas en el Manual de Estadísticas Trimestrales del FMI (2001) tomando en cuenta siempre los principios de preservación de movimientos.

Se contempla, por ejemplo las variaciones de trimestre a trimestre donde las series referentes deberán ser muy similares. De igual manera, las variaciones de trimestre a trimestre son también objetivos de estudio. Tomando estas dos vertientes se presenta las distinciones de Sjöberg (1982):

$$\text{MinD1: } \sum_{\{x_1 \dots x_{4t}, \dots, X_T\}} \sum_{t=2}^T [(x_t - z_t) - (x_{t-1} - z_{t-1})]^2 \quad (20)$$

$$\text{MinD2: } \sum_{\{x_1 \dots x_{4t}, \dots, X_T\}} \sum_{t=2}^T [\ln(x_t/x_{t-1}) - \ln(z_t/z_{t-1})]^2 \quad (21)$$

$$\text{MinD3: } \sum_{\{x_1 \dots x_{4t}, \dots, X_T\}} \sum_{t=2}^T [(x_t/x_{t-1}) - (z_t/z_{t-1})]^2 \quad (22)$$

$$\text{MinD4: } \sum_{\{x_1 \dots x_{4t}, \dots, X_T\}} \sum_{t=2}^T [(x_t/z_{t-1}) - (z_t/z_{t-1})]^2 \quad (23)$$

$$\text{MinD5: } \sum_{\{x_1 \dots x_{4t}, \dots, X_T\}} \sum_{t=2}^T \left[\frac{(x_t/z_t)}{(x_{t-1}/z_{t-1})} - 1 \right]^2 \quad (24)$$

Es necesario recalcar que la función de minimización es la que cambia sin embargo la restricción es exactamente la misma como en (13)

En D1 se minimiza la diferencia en la tasa de crecimiento entre la serie original y la de referencia, esto también puede ser interpretado como la minimización absoluta de la tasa de crecimiento de dos trimestres contiguos. En D2 se minimiza el logaritmo de las diferencias relativas de la tasa de crecimiento de las dos series. Se puede interpretar como la minimización del logaritmo de la diferencia relativa del ajuste relativo de dos trimestres contiguos y como el logaritmo de la diferencia absoluta en la tasa de crecimiento de periodo a periodo entre las dos series.

D3 minimiza la diferencia absoluta en el crecimiento periodo a periodo entre las dos series. D4 minimiza las diferencias relativas de dos trimestres contiguos y D5 minimiza las diferencias relativas en las tasas de crecimiento de las dos series.

De estas formas alternativas de funciones de minimización se elige las formas D1 y D4 debido a la existencia, en estas formas funcionales, de condiciones de primer orden que facilitan el cálculo de desagregación. En específico, en este trabajo se trabajará con D4 Denton Proporcional debido a la característica importante de preservación de los movimientos estacionales y fluctuaciones de corto plazo.

Como se muestra en el estudio de los componentes del proceso generador de datos de las series, como son características en la literatura, presentan una agregación multiplicativa siendo otro argumento para elegir D4 y desechar la alternativa D1 que presenta errores estocásticos en forma aditiva suavizando las tasas de crecimiento de trimestre a trimestre subestimando el comportamiento de la serie.

Realizada la exposición de las caracterizaciones de las familias de funciones de minimización de Denton y efectuada la elección en particular de una de ellas como el método apropiado para el objeto del trabajo en la siguiente sección se procede a justificar el empleo de esta metodología en particular sobre las demás expuestas en la revisión metodológica y empírica.

Ventajas y desventajas del empleo de la metodología de Denton

Como se ha podido evidenciar en el recuento de las metodologías desarrolladas y los hallazgos empíricos expuestos en las secciones anteriores del documento la técnica de desagregación ha ido avanzando paralelamente a las innovaciones teóricas y computacionales de toda la ciencia económica-estadística.

Sin embargo algunas técnicas presentan algunas características menos favorables que otras debido a requerimientos informacionales y condiciones de estado que no son completadas por algunas series debido a los estados de la naturaleza donde se originan. Es por este motivo que se debe distinguir y seleccionar las metodologías que pueden emplearse con mayor facilidad y consistencia al momento de trabajar con series que son objeto de seguimiento y principalmente de referencia para la toma de decisiones que cargan a esta labor un componente aún más fuerte en cuanto a la minimización de las discrepancias entre las series de referencia y las estimadas.

En este sentido, y en términos generales, la metodología de Denton como una forma de desagregación de series con un *Benchmarking* cumple el principal objetivo de preservación de los movimientos de corto plazo. En su implementación la programación es simple, obteniéndose a la vez resultados robustos y bien comportados en series de larga escala. La particularidad de la existencia de una serie de referencia en forma proporcional hace que los cálculos de interpolación y extrapolación sean efectuados con un menor grado de disparidad ya que se en una forma aditiva la disparidad de la serie objeto y la de referencia aumenta con el incremento del número de observaciones.

En contraste, la potencial ventaja de los enfoques alternativos sobre el método de Denton radica en la incorporación de información suplementaria como la precedente en procesos regresivos encontrados en los mecanismos de errores y otras propiedades estocásticas de las series.

Sin embargo, esta información suplementaria no se encuentra disponible u observable en la información de cuentas nacionales, como el propósito de este trabajo, recurriendo a técnicas como filtros de Kalman con extracción de señales que están sujetas a procesos de penalización no determinísticos y discrecionales. Uno de los principales problemas en el empleo de estas técnicas es la sobreestimación debido a la ponderación de factores irregulares que puedan no ajustarse a factores regulares incrementando el error de la estimación en compensación a estas posibles falencias también es posible hallar extensiones a la metodología de Denton que puedan suplir estas falencias como las expuestas en (20) a (24). En particular, comparando con algunas de las metodologías propuestas anteriormente se puede evidenciar que a comparación del método de Bassie la metodología elegida toma en cuenta las fluctuaciones en corto plazo ponderando la fluctuaciones estacionales y variaciones de corto plazo, de igual manera no presenta el problema de continuidad que tiene Bassie ya que no hay una penalización extra entre los extremos de los trimestres entre años haciendo que esto dificulte la desagregación simultánea que es posible en Denton. En Denton es posible la desagregación simultánea de más de dos años superando la restricción de Bassie.

Una de las características de versatilidad en comparación con Bassie y Lisman y Sandee es que Denton puede trabajar con técnicas de interpolación, extrapolación y distribución con la serie de referencia. Bassie no soporta la extrapolación y Lisman y Sandee no trabaja con una serie de referencia prefiriendo la información contenida en ponderaciones determinísticas y parametrizadas.

Si bien Zains soluciona los problemas de Lisman y Sandee de ausencia de extremos en la estimación no logra la verificación de la suma de los periodos anuales en cada una de las series desagregadas perdiendo además las características de corto plazo.

Boot et al son los primeros en implementar las funciones de minimización de las diferencias en las series originales y de referencia el problema resuelto por Denton se encuentra en la matriz de transición B en Boot et al y A en Denton. Donde, Denton será un caso particular de Boot et al para cuando la matriz (16) sea igual a (9).

En cuanto a las ventajas sobre las metodologías cronológicas de modelos ARIMA y de mínimos cuadrados generalizados (GLS), se puede mencionar que se libera del riesgo de la sobreestimación de las series interpretando los factores irregulares como errores y removiendo los movimientos irregulares de los regulares. Otro problema importante se encuentra en las estimaciones de las matrices de información de las covarianzas anuales y trimestrales que puede jugar en como sesgo y factores de pérdida de eficiencia en la desagregación de las series haciendo que las diferencias de las tasa de cambio de periodo a periodo sean mayores.

Con respecto a la metodología de Chow-Lin las ventajas son las mismas que las enlistadas para modelos ARIMA y GLS con la salvedad de que la proposición de una regresión multivariada brinda un mayor grado de amplitud conceptual de la relación entre la serie objeto y referencia. Sin embargo, se advierte el peligro de las consideraciones de correlacionamiento entre los factores estacionales que no necesariamente son iguales entre más de dos series.

Son ampliamente reconocidas las deficiencias de esta metodología, sin embargo es evidente que en términos de temporalidad y consistencia son convenientes los criterios para implementar como válida para la obtención de las series que son objeto de investigación en este trabajo.

Estimación de series con alta frecuencia

Para la estimación de series con mayor frecuencia empleando el método de Denton es necesaria la identificación de una serie de referencia que cumpla con la significancia económica, tenga la periodicidad que se pretende estimar y esté altamente correlacionada con la variable a trimestralizar.

Por tanto, el proceso generador de datos es comprendido como:

$$x_y = f(S, C, T, I) \quad (25)$$

Donde x_y es definida como una serie que tiene una periodicidad Y anual a su vez cuenta con un proceso generador de datos compuesto por componentes no observables definidos como S , C , T , I componente estacional, cíclico, tendencial e irregular respectivamente.

De igual manera, se espera la identificación de una serie referencia definida:

Para una trimestralización

$$x_Q = f(S_q, C_q, T_q, I_q) \quad (26)$$

Alternativamente para la mensualización

$$x_m = f(S_m, C_m, T_m, I_m) \quad (27)$$

Cumpliendo las siguientes condiciones

$$f(x_Y) = \sum_{i=1}^4 f(x_{Q_i})$$

$$f(x_Y) = \sum_{i=1}^{12} f(x_{M_i}) \quad (28)$$

$$\sum_{j=1}^4 f(x_{Q_j}) = \sum_{i=1}^{12} f(x_{M_i}) \quad (29)$$

Para:

$$\begin{aligned} j=1 & \quad i=1,2,3 \\ j=2 & \quad i=4,5,6 \\ j=3 & \quad i=7,8,9 \\ j=4 & \quad i=10,11,12 \end{aligned} \quad (30)$$

Definiendo las series de referencia trimestral x_Q y mensual x_M con las condiciones de agregación expresadas en (28), (29) y (30) que permiten cumplir con los requerimientos iniciales de significancia económica, comportamiento correlacionado y periodicidad objetivo. Es importante mencionar que las series deben cumplir los requerimientos básicos en el tratamiento de series de tiempo, como la distinción según la naturaleza de la variable entre variables flujo o stock, además de contemplar los aspectos de comparación intertemporal que exigen la determinación de un año base como punto de comparación.

El considerar solo una serie temporal de referencia es una limitante importante del método propuesto, es muy probable que el comportamiento de una serie con frecuencia anual este en función de varias series con frecuencias mensuales o trimestrales. Por tanto, al omitirlas se incurre en errores de identificación y especificación en el proceso generador de datos. Sin embargo como lo mencionado en la revisión metodológica se asume las ventajas de la metodología por su consistencia y robustez en la captura de movimientos estacionales y tendenciales.

Trimestralización del PIB departamental

Tomando en cuenta los requerimientos para la estimación de series con mayor frecuencia se presenta a continuación la estimación de las series trimestralizadas del Producto Interno Bruto (PIB) departamental de Bolivia para el periodo Marzo de 1980 a Diciembre de 2006 como una aplicación del método de Denton.

Los datos disponibles para esta estimación son únicamente publicados en forma Anual en el caso de los productos de los departamentos. Para el PIB nacional se cuenta con una serie oficial publicada por el INE desde 1990 en frecuencia anual y trimestral

Son dos las fuentes de referencia para la construcción de las series anuales de los departamentos, UDAPE(1991) publica el PIB departamental para Bolivia en frecuencia anual y presenta a su vez en frecuencia trimestral el producto interno bruto agregado desde marzo de 1980 hasta el diciembre de 1989. Esta serie esta expresada en millones de bolivianos de 1980.

La otra fuente de información con la que se empalma la proveniente de la década de los 80's es la publicada por el INE, que publica la series departamentales en forma anual y las series del producto agregado en frecuencia trimestral y anual. Cabe resaltar que además la información del INE cuenta la posibilidad de desagregación de tipo de actividad en el caso de las series tanto trimestrales como anuales de producto departamental y nacional; y solamente la disponibilidad del producto por tipo de gasto para el PIB nacional en frecuencia anual y trimestral.

La técnica de empalme y estandarización de la base de comparación intertemporal es hecha a través de los cambios trimestre a trimestre de las series a precios constantes. Esto debido a que se observa un alta dinámica de aceleración de los precios en la época de los 80's marcados por la hiperinflación de 1985.

Una vez construida la serie de referencia, se procede a uniformizar la base del producto de los 9 departamentos en forma anual eligiendo de igual manera el año 1990 como año base. Finalmente, aplicado el método de Denton se procede a la constatación de las condiciones aditivas expuestas en las ecuaciones (28), (29) y (30).

Siguiendo el trabajo de Gonzales C. L.E y W. Diaz (2010) y Gonzales C. L.E y P. Cuba (a,b 2010) se puede observar algunos hechos estilizados que marcan el comportamiento en la década de los 80's que por lo demás muestran la volatilidad en el producto nacional de la hiperinflación de 1985 y el posterior recuperamiento de los 90's, motivo por el cual es de esperarse que el comportamiento regional haya sido similar para dichos periodos.

- Tabla 1 -

Tasas de Crecimiento promedio anual por departamento

	1980-1985	1986-1991	1992-1997	1998-2003	2004-2006
	%	%	%	%	%
Series trimestralizadas					
Chuquisaca	1.056	2.204	0.534	1.460	3.476
La Paz	-2.875	2.409	3.292	1.506	2.329
Cochabamba	1.637	1.335	4.966	1.418	3.746
Oruro	-8.359	0.890	6.470	0.050	0.603
Potosí	-5.122	-0.022	1.292	3.015	2.051
Tarija	-2.855	5.030	4.164	8.481	18.246
Santa Cruz	-0.528	4.561	5.359	3.414	3.521
Beni	0.500	6.061	2.880	2.538	4.319
Pando	5.781	9.310	5.337	5.453	5.286
Bolivia Desag	-1.916	2.749	4.096	2.474	4.282
Series observadas					
Chuquisaca	1.056	2.204	0.534	1.460	3.476
La Paz	-2.875	2.409	3.292	1.506	2.329
Cochabamba	1.637	1.335	4.966	1.418	3.746
Oruro	-8.359	0.890	6.470	0.050	0.603
Potosí	-5.122	-0.022	1.292	3.015	2.051
Tarija	-2.855	5.030	4.164	8.481	18.246
Santa Cruz	-0.528	4.561	5.359	3.414	3.521
Beni	0.500	6.061	2.880	2.538	4.319
Pando	5.781	9.310	5.337	5.453	5.286
Bolivia Orig	-2.017	1.790	4.113	2.473	4.303
Diferencias					
Chuquisaca	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
La Paz	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Cochabamba	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Oruro	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Potosí	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Tarija	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Santa Cruz	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Beni	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Pando	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Bolivia Desag	0.101	0.959	-0.017	0.001	-0.021
Err. Agrgación	5.003	3.438	0.000	0.000	0.000

Fuente: Elaboración propia en función a Datos estimados

Como se observa en la tabla 1 las diferencias de estimación entre las series observadas y las trimestralizadas y solo se percibe un error considerable en el periodo 1980-1985 debido a los fenómenos antes descritos.

Mediante la estimación de comportamiento trimestral de cada departamento se ha podido captar de forma eficiente las fluctuaciones de recuperación y caída del producto diferenciando el comportamiento por departamento. Es importante mencionar que en el periodo de crisis de la economía boliviana cuatro departamentos registraron tasas positivas mientras el resto de los departamentos se encontraba en una recesión producto de la crisis económica de 1980-1985.

Como se observa uno de los departamentos más afectados y con más de 15 trimestres continuos de recesión es el departamento de Potosí que hasta el cuarto trimestre de 1991 presenta tasas de crecimiento negativas producto de la relocalización de la actividad minera producto de las reformas de primera generación emprendidas en 1985. Si bien es cierto que los departamentos con capitales grandes tienen una mayor ponderación en la actividad económica como es el caso de Santa Cruz y La Paz, Cochabamba que es la tercera ciudad más poblada por entonces y ha presentado tasas de crecimiento positivas a lo largo de los 40 primeros trimestres.

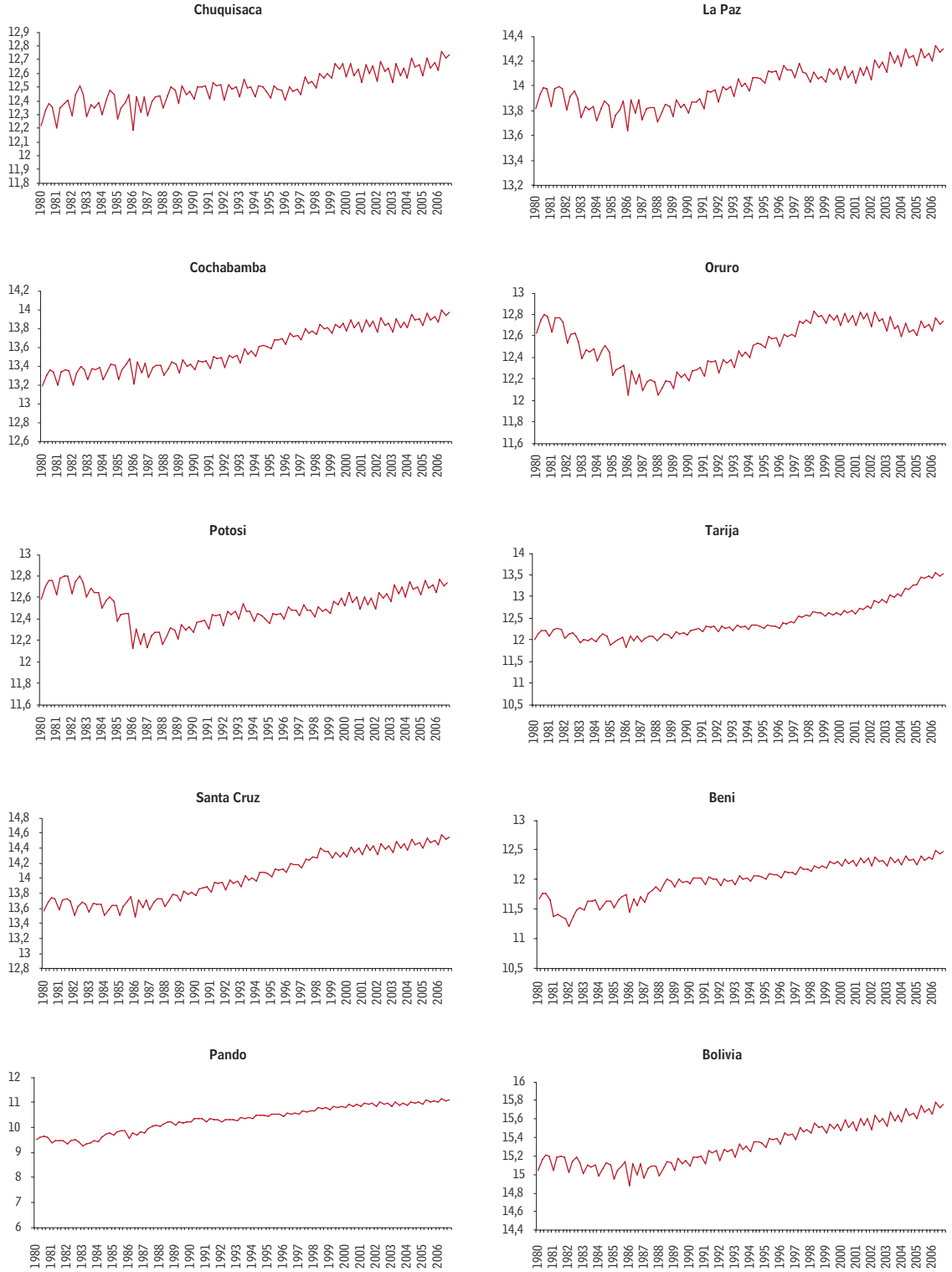
En el periodo de reformas de segunda generación de mediados de los 90's el departamento de Oruro ha sido uno de los departamentos con mayor crecimiento promedio seguido por Santa Cruz y Tarija que empieza a beneficiarse de los recursos de extracción hidrocarburífera. En medio de tensiones políticas de principios de los años 2000-2003 el departamento de Tarija junto a Pando son los estandarte de crecimiento en Bolivia posiblemente explicado por la lejanía del eje troncal del país.

En promedio de todo el periodo el departamento con tasas más altas de crecimiento es Tarija, seguido por Pando y Santa Cruz. Mientras que en promedio los departamentos más rezagados son los de occidente como Oruro con tasas promedio negativas, Potosí y La Paz que parece pagar el costo de oportunidad de ser la sede de gobierno.

Si se clasifica el crecimiento por región geográfica se puede observar que la zona del altiplano en promedio es la de menor crecimiento, la región de los valles es heterogénea si es que se considera a toda Tarija como un valle dada la existencia del Chaco y que en promedio el oriente del ha presentado siempre tasas positivas de crecimiento.

- Gráfico 1 -

Trimestralización del PIB departamental 1980Q1 - 2006 Q4 Millones de Bs de 1990



Fuente: Estimación del Modelo

Como se observa los niveles tienen un componente estacional característico de las series de alta frecuencia y al igual que el movimiento de la serie del PIB total pueden alcanzar las cimas y valles que caracterizan la actividad económica del departamento en cada caso.

Si bien se replican muy bien las tasas de crecimiento y las condiciones de agregación anuales¹⁰ es importante ver el sesgamiento y la eficiencia de los momentos de la serie y de igual manera tener medidas estadísticas de comportamiento de la media y varianza en cuanto a los cambios porcentuales.

– **Tabla 2** –

Resumen de las medidas estadísticas entre las series originales y las desagregadas

		Media	Varianza	Um	Us	Uc	MSE
Chuquisaca	Desagregado	1.075E+03	1.467E+04	5.21E-05	3.37E-05	1.42E-03	2.06E-15
	Original	1.075E+03	1.467E+04				
La Paz	Desagregado	4.863E+03	5.837E+05	1.49E-06	2.36E-08	1.21E-03	9.47E-16
	Original	4.863E+03	5.837E+05				
Cochabamba	Desagregado	3.260E+03	5.505E+05	4.04E-03	5.18E-06	4.71E-04	2.01E-15
	Original	3.260E+03	5.505E+05				
Oruro	Desagregado	1.126E+03	5.474E+04	9.80E-03	1.90E-04	4.91E-03	9.64E-16
	Original	1.126E+03	5.474E+04				
Potosí	Desagregado	1.099E+03	2.918E+04	7.11E-03	1.41E-04	3.67E-03	1.07E-15
	Original	1.099E+03	2.918E+04				
Tarija	Desagregado	1.116E+03	3.569E+05	8.77E-05	8.45E-04	6.92E-03	1.54E-15
	Original	1.116E+03	3.569E+05				
Santa Cruz	Desagregado	5.174E+03	2.863E+06	6.61E-07	7.96E-05	1.65E-03	9.82E-16
	Original	5.174E+03	2.863E+06				
Beni	Desagregado	6.717E+02	3.612E+04	8.61E-03	7.48E-04	7.83E-03	8.59E-16
	Original	6.717E+02	3.612E+04				
Pando	Desagregado	1.397E+02	4.588E+03	5.72E-03	2.32E-03	1.01E-02	2.25E-15
	Original	1.397E+02	4.588E+03				
Bolivia	Desagregado	1.852E+04	1.843E+07	2.24E-03	7.15E-05	7.34E-04	1.16E-15
	Original	1.852E+04	1.843E+07				

Fuente: Elaboración propia con datos estimados ¹¹

Como se muestra en la tabla 2 los dos momentos de la serie son bien replicados y no existe problemas de eficiencia o sesgamiento entre los cambios porcentuales.

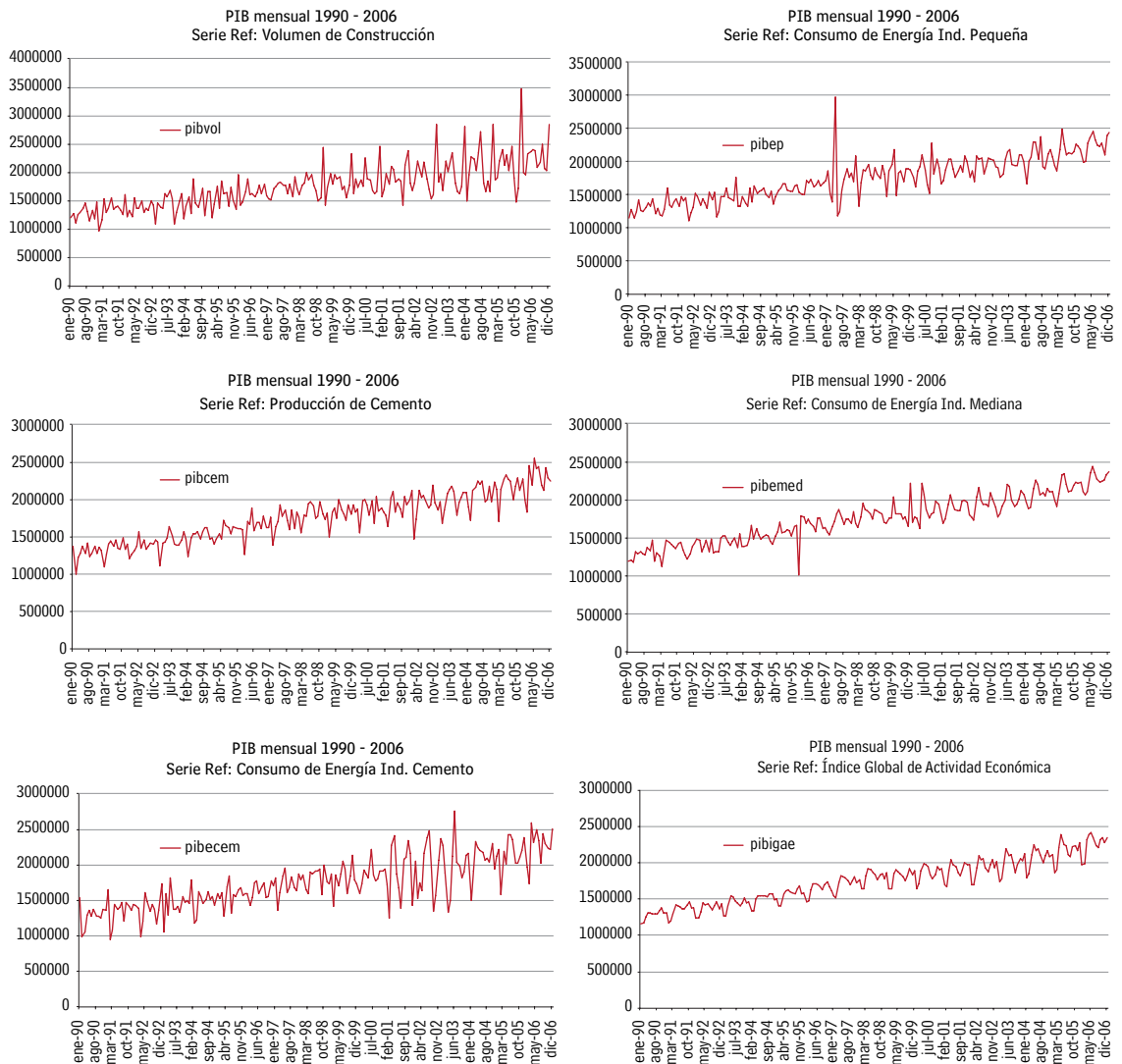
Mensualización del PIB total

Para el proceso de mensualización del PIB una de las primeras preguntas a resolver es la identificación de la serie de referencia que permita obtener el comportamiento tendencial que explique de mejor manera el comportamiento del PIB. En este ejercicio se proponen seis series de referencia como alternativas para la mensualización del PIB estas son:

1. Índice de Volumen de Construcción
2. Consumo de Energía de la Pequeña Industria
3. Consumo de Energía de la Mediana Industria
4. Consumo de Energía de la Industria del Cemento
5. Producción de Cemento
6. Índice Global de Actividad Económica.

- Gráfico 2 -

Mensualización del PIB de Bolivia Enero 1990 - Diciembre 2006 Millones de Bs de 1990



Fuente: Estimación del Modelo

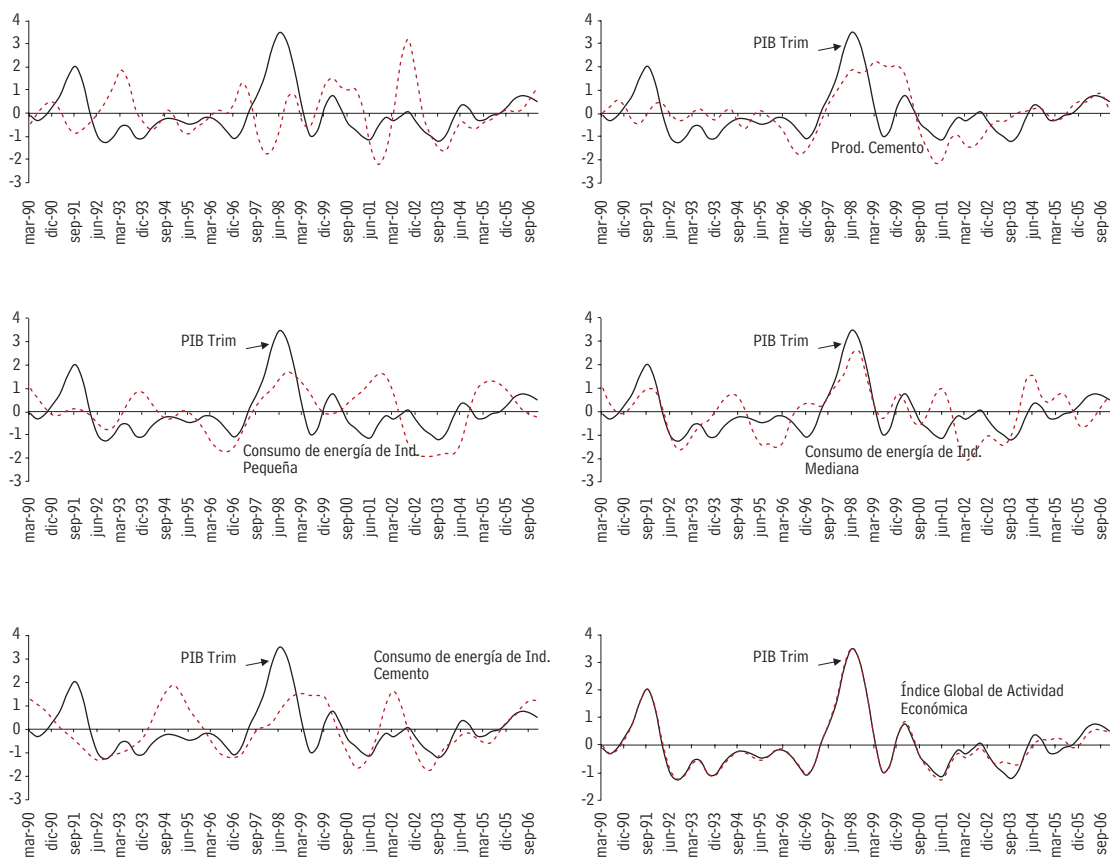
La selección de las series referencia para el caso de mensualización del PIB se la realizó evaluando el nivel de correlacionamiento en periodos trimestrales con el producto interno bruto, considerando su significancia estadística cuando presentan correlacionamientos mayores al 50% y además del sentido económico que este pueda tener como indicador de actividad.

Por otro lado, y siguiendo a Gonzales C., L.E. (2007) la selección de las series se basó en el comportamiento cíclico, eligiendo las que presenten un patrón cíclico más parecido a la serie objetivo a mensualizar. De la misma forma, se optó por evaluar el componente tendencial de las series posibles como referencia para elegir las como referencia y de esta manera satisfacer a las proposiciones expresadas en (28), (29) y (30).

Consistentemente con la teoría económica, la relación entre el volumen de construcciones o inversión en capital es un determinante que explica las fluctuaciones del producto. De igual manera, la correlación entre el consumo de energía eléctrica de la industria pequeña, mediana y gran industria reflejada en el consumo de energía de las cementeras promedia 93.43%. Finalmente el índice propuesto para la medición global e la actividad económica tiene una correlación perfecta siendo el de mayor preferencia como serie de referencia.

– Gráfico 3 –

Comportamiento cíclico de las series de referencia con respecto al PIB en frecuencia trimestral



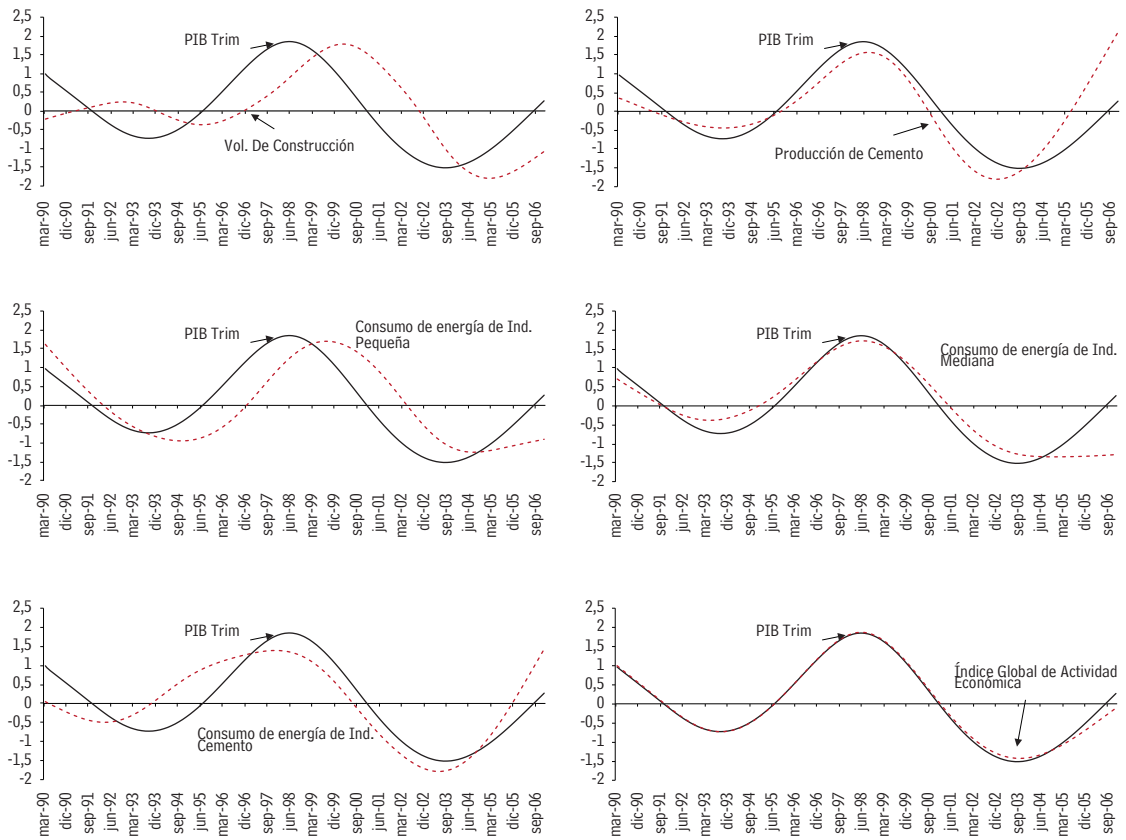
El análisis de la relación del componente cíclico entre las series ha sido desarrollado descomponiendo las series en sus componentes no observados mediante la metodología de TRAMO-SEATS, obteniendo de esta manera el ciclo-tendencia de cada serie por medio de la aplicación del filtro propuesto por Hodrick, R. y Prescott, E. (1997)¹².

Como se mencionó en la primera parte la aplicación del método de Denton requiere de una serie referencia que pueda explicar en cierta medida las fluctuaciones de la serie objetivo en periodos de mayor frecuencia esperando que en el acumulado anual o en su defecto, como es el caso, trimestral obtener los mismos totales.

La importancia de determinar la tendencia con la que se estimará la serie objetivo marca la consistencia con la observación de la serie en niveles.

- Gráfico 4 -

Comportamiento tendencial de las series de referencia con respecto al PIB en frecuencia trimestral



Los gráficos anteriores muestran la relación de los componentes cíclico y tendencial de las series de referencia. Como en primera instancia mediante el análisis de coeficientes de correlación se determina la estrecha relación del índice global de actividad económica y el PIB, hecho que sugiere la elección de la serie como referencia para la mensualización del producto. Sin embargo, alternativamente se observa que las series de consumo de energía de las industrias medianas siguen el comportamiento del producto y presenta una tendencia de largo plazo consistente con la tendencia de la serie objetivo. Conclusiones

Las series trimestrales y la serie mensual desagregados para el producto interno bruto por departamento y para el PIB nacional respectivamente muestran buen ajuste a las oscilaciones de corto plazo, recuperan las variaciones estacionales, coinciden en las tasas de crecimiento y son robustas en cuanto a los momentos de las series. De igual manera, como se ha presentado en el recuento metodológico se comprueba la versatilidad de la metodología adoptada quedando comprobado los atributos teóricos advertidos en las primeras secciones quedando pendiente el seguimiento y las extensiones empíricas, con los mismos datos, de las otras formas de desagregación.

Este análisis y recuperación de información muestra importantes resultados en cuanto al comportamiento trimestral de las economías departamentales de Bolivia, ya que se ha logrado dotar de información relevante de corto plazo para analizar el comportamiento de cada departamento en cada una de las fases del crecimiento de la economía boliviana. De igual manera se ha logrado construir un indicador para las cuentas mensuales que permite estimar ratios de comportamiento especialmente en política fiscal. En cuanto al análisis de desagregación mensual se observa que si bien las 6 series son altamente correlacionadas con el producto trimestral, la de mayor correlación es el índice que de actividad económica que por su construcción toma sectores incluidos en el PIB trimestral en forma mensual. Otro hallazgo importante es el referido al comportamiento cíclico y tendencial de las series corroborando patrones cíclicos y tendenciales de las series que permiten tener señales anticipadas de comportamiento para el diagnóstico de crisis y expansiones de producto. Finalmente, el trabajo ha logrado la estimación de las dos series objetivos abriendo la posibilidad del empleo de las mismas en la estimación y evaluación de modelos econométricos dadas las características de insesgamiento y eficiencia de las series desagregadas cumpliendo las restricciones de adición trimestral y anual.

Notas al pie

1. Agradezco los valiosos comentarios de Ernesto Cupé y Erick Meave quienes han posibilitado el mejoramiento del documento en gran medida. De igual manera, los valiosos aportes de Pablo Cuba, Viviana Caro, Mirna Mariscal, Maria Felix Delgadillo, Juan Eduardo Coeymans, Felipe Larrain y Rodrigo Cerda.
2. Morales J. A. y J. Sachs (1987), Acemoglu D. (2003), Morales J. A. (a, b 2008) y Morales J. A. (2009).
3. Índice de Precios al Consumidor empleado para la medición de inflación nacional y departamental de frecuencia mensual.
4. Se enfatiza en el arduo trabajo del INE que presenta series estadísticas que sin ellas no se podría realizar trabajo alguno en la materia.
5. En el recuento de la literatura hay revisiones y notas metodológicas que varían estos dos grupos en variantes muy pequeñas. Por ejemplo, CEPAL (2000) distingue tres grupos: uno matemático-estadístico, técnicas de extrapolación y agregación temporal para luego clasificarlos en 6 grupos (suavizado, ajuste en dos etapas, series cronológicas, óptimos, modelos dinámicos y multivariados). De igual manera, Quills M. E. (1998) clasifica gran parte de los modelos expuestos por CEPAL en tres grupos: métodos sin indicadores, con indicadores y métodos multivariantes que a su vez consisten en una conciliación transversal entre oferta y demanda para la serie del PIB como un ejemplo. Paralelamente, IMF (2001) en el manual de cuentas trimestrales para 187 (países incluidos los países de la CEPAL) presenta la clasificación a la cual se adhiere este trabajo donde se clasifica las metodologías en dos grupos mencionados en el texto.
6. Rodriguez S, Rodriguez A y D Quintana (2003) también presentan un ejercicio de comparación de ambas metodologías contra simulaciones de Montecarlo.
7. En este grupo también se podría incorporar a los modelos de desagregación parametrizados como los propuestos por Lükepohl (1984), Palm y Nijman (1984), Weiss (1984), Nijman y Palm (1985; a, b 1988 y 1990) mostrando que estos modelos tienen menor varianza en sus predicciones que los modelos con formas agregadas como los del grupo económico numérico.
8. El Caso cuando $J=(1 \ 0 \ 0)$ ó $J=(0 \ 0 \ 1)$ son los que ponderarán los inicios y términos de alguna serie, en este caso los primeros y cuartos trimestres. El caso $J=(0 \ 0 \ 0)$ es trivial y no amerita explicación ya que al ser la matriz rellena de ceros no es singular ni invertible.
9. Proceso autorregresivo integrado de medias móviles
10. En el anexo se expresan las series estimadas con los subtotales.
11. Um: Proporción de Sesgo; Us: Prorción de la Varianza y Uc: proporción de la Covarianza; MSE es el error cuadrático medio.
$$MSE = \frac{1}{T-1} \sum_{t=2}^T (p_t - a_t)^2; p_t = \frac{x_t}{z_{t-1}} - 1; a_t = \frac{z_t}{z_{t-1}} - 1$$
12. El filtro de hp ha sido ampliamente utilizado en la literatura de ciclos económicos por lo que se ha optado por el empleo de este en el trabajo, de igual manera se sugiere la discusión de Baun C. (2006)

Bibliografía

- Acemoglu D. (2003) “*The form of property rights: oligarchs vs. democratic societies.*” National Bureau of Economic Research, WP 10037. Octubre.
- Aiolfi, M., et al. (2010), *Common factors in Latin America’s business cycles*, Journal of Development Economics.
- Bassie V.L., (1958), *Appendix A*, Economic Forecasting, ed. por V.L. Bassi (New York:McGraw-Hill).
- Baum C, 2006. *Time series filtering techniques in Stata*, North American Stata Users’ Group Meetings 2006 2.
- Boot, J. C. G., Feibes, W, and Lisman, J. H. C. (1967) *Further Methods of Derivation of Quarterly Figures from Annual Data*, Applied Statistics, 16, No. 1.
- Bloem A. Robert J. y N Maehle (2001) *Quarterly National Accounts Manual—Concepts, Data Sources, and Compilation* International Monetary Fund, Mayo
<http://www.imf.org/external/pubs/ft/qna/2000/textbook/index.htm>
- Bournay, Durbin y Laroque. 1979, *Réflexions sur la méthode d’élaboration des comptes trimestriels*, Annales de I INSEE, 36.
- CEPAL (2000) *Manual de Cuentas Trimestrales División de Estadísticas y Proyecciones Económicas*, Manuales – Series 9, Santiago de Chile, Junio
www.eclac.org/publicaciones/xml/9/4959/lcl1379e_lnd.pdf
- Cholette, P.A, 1994, *Users’ Manual of Programme BENCH to Benchmark, Interpolate, and Calendarize Time Series Data*, Working Paper No. TSRA-90-008 (Ottawa: Statistics Canada).
- Cholette, P.A., and E.B. Dagum, (1994), *Benchmarking Time Series with Autocorrelated Survey Errors*, International Statistical Review, Vol. 62 (December), pp. 365-77.
- Chow, G. C., and An-loh Lin, (1971), *Best Linear Unbiased Interpolation, Distribution and Extrapolation of Time Series by Related Series*, Review of Economic and Statistics, Vol. 53 (Noviembre), pp. 372-75.
- Cuba P. y L.E Gonzales C. (b2010). *Inflation and Regional Growth in Bolivia*. Working Paper, Mimeo, Williams College.
- Cupé et al (1995) *Estimación del acervo de Capital Físico de Bolivia: 1988 – 1992* Revista de Análisis Económico UDAPE – VOL. 13., Junio.
- Denton F. 1971 *Adjustment of Monthly or Quarterly Series to Annual Totals: An Approach Based on Quadratic Minimization*, Journal of the American Statistical Association, Vol. 66, No. 333.
- Fernández R.B. (1981). *A methodological Note on the Estimation of Time Series* The Review of Economics and Statistics 63 (3).
- Friedman, Milton (1962). *The Interpolation of Time Series by Related Series*. Journal of the American Statistical Association, 57.

- Gonzales C. L.E y W. Diaz (2010) *Hechos Estilizados de la economía Boliviana, una aproximación a Ciclos Reales*, Documento de trabajo POPULI.
- Gonzales C. L.E y P. Cuba (2010). *Stylize facts about Regional Business cycles in Bolivia*. Working Paper, Mimeo Williams College.
- Gonzales C., L.E. (2007) *Sistema de Indicadores Líderes*, Documento de Trabajo UDAPE.
- Huarachi et al (1992) *Estimación del Acervo de Capital Físico en la Economía Boliviana* Revista de Análisis Económico UDAPE – VOL. 3., Abril.
- Hillmer, S.C., and A. Trabelsi (1987), *Benchmarking of Economic Time Series*, Journal of the American Statistical Association, Vol. 82 (December), pp. 1064–71.
- INE. *Varios Volúmenes Anuario Estadístico*, Instituto Nacional de Estadística de Bolivia www.ine.gov.bo.
- Laniel, N., and K. Fyfe, (1990), *Benchmarking of Economic Time Series*, Survey Methodology, Vol. 16 (December), pp. 271–77.
- Lisman, J. H. C. and Sandee, J. (1964) “*Derivation of Quarterly Figures from Annual Data*”, Applied Statistics, 13, No. 2.
- Litterman R.B. (1983). *A random Walk, Markov Model for the Distribution of Time Series*, Journal of Business and Economic Statistics 1 (2).
- LLutkepohl, H., (1984). Linear transformation of vector ARMA processes. J. Econometrics 4 , 283–293.
- Ministerio de Planificación del Desarrollo de Bolivia (2006) *Plan Nacional de Desarrollo* <http://www.planificacion.gob.bo/pnd111.htm>.
- Morales J. A. y J. Sachs (1987) *Bolivia’s Economic Crisis*, Documento de Trabajo N°07/87 Instituto de investigaciones Socio Económicas – UCB, Agosto.
- Morales J. A. (2009) *Las Instituciones Económicas en la Nueva Constitución Política del Estado*, Documento de Trabajo N°04/08 Instituto de investigaciones Socio Económicas – UCB, Julio.
- Morales J. A. (2008) *Bolivia: La Economía Política del Populismo Boliviano del siglo 21*, Documento de Trabajo N°04/08 Instituto de investigaciones Socio Económicas – UCB, Marzo.
- Morales J. A. (2008) *Bolivia: La Experiencia Populista de los años Ochenta*, Documento de Trabajo N°03/08 Instituto de investigaciones Socio Económicas – UCB, Febrero.
- Nijman, Th., Palm, F.C., (1988a). Efficiency gains due to missing data procedures in regression models. Statist. Papers 29, 249–256.
- Nijman, Th., Palm, F.C., (1988b). Consistent estimation of regression models with incompletely observed exogenous variables. Ann. Econom. Statist. 12, 151–175.
- Nijman, Th., Palm, F.C., (1990). Predictive accuracy gain from disaggregate sampling in ARIMA models. J. Business Econom. Statist. 8 (4), 189–196.
- Palm, F.C., Nijman, Th., (1984), Missing observations in the dynamic regression model, Econometrika 52 , 1415–1435.

- Pinto G. y G Candia (a1986) *El Stock de Capital en Bolivia: Un Enfoque Metodológico*. Revista de Análisis Económico UDAPE – VOL. 2., Diciembre.
- Pinto G. y G Candia (b1986) *Trimestralización del Producto Interno Bruto* Revista de Análisis Económico UDAPE – VOL. 2., Diciembre.
- Quills M. E. (1998) *Notas de Desagregación Temporal de Series Económicas* Instituto Nacional de Estadística de España, Madrid.
<http://www.ief.es/papelest/pt1998.htm>.
- Requena J.C. (1985) *Métodos de Cálculo para la elaboración del Presupuesto de Ingresos del Tesoro General de la Nación* Revista de Análisis Económico UDAPE – VOL. 1, Julio
- Rodriguez S, Rodriguez A y D Quintana (2003) *Methods for quarterly disaggregation without indicators; a comparative study using simulation* Computational Statistics & Data Analysis 43 63 – 78.
- Stram y Wei (1986) *A methodological note on the disaggregation of time series totals*, Journal of Time Series Analysis, n°: 7.
- UDAPE. *Varios Volúmenes Dossier de Estadísticas Sociales y Económicas*, Unidad de Políticas Sociales y Económicas
www.udape.gov.bo.
- Wei y Stram (1990) *Disaggregation of time series models*, Journal of the Royal Statistical Society. Series B., n°: 3, vol: 52.
- Weiss, A.A., (1984). *Systematic sampling and temporal aggregation in time series models*, Journal Econometrics 26, 271–281.
- Zani. (1970) *Sui criteri di calcolo dei valori trimestrali di tendenza degli aggregate della contabilità nazionale*, Studi e Ricerche, Facoltà di Economia e Commercio, Università degli Studi di Parma, vol: VII, pp:287–349.



Centro UC
CLAPES UC
Centro Latinoamericano de
Políticas Económicas y Sociales

www.clapesuc.cl